

Минобрнауки России
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина»
(ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина»)

Программа
вступительного испытания для поступающих на обучение
по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
по специальной дисциплине

Направление 01.06.01 «Математика и механика»
Направленность 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»

1. Теория упругости

1.1. Общие соотношения механики сплошной среды

Описание кинематики сплошной среды. Основные меры деформации. Классические тензорные функции. Полярное разложение тензора. Основные тензоры деформации.

Тензор истинных напряжений Коши. Уравнения движения. Работа напряжений. Энергетически соответствующие пары тензоров.

1.2. Определяющие уравнения упругой среды

О формах связи между симметричными тензорами 2-го ранга. Общий вид закона упругости для изотропных материалов. Закон Гука и его обобщение на большие деформации. Определяющие уравнения упругости для эластомеров. Статистический подход к построению упругих потенциалов. Деноменологический подход.

1.3. Линейная теория упругости

Уравнения неразрывности Сен-Венана. Уравнения равновесия в перемещениях Ламе. Решение однородных уравнений в форме Папковича. Уравнения равновесия в напряжениях Бельтрами-Мичелла. Формулы Чезаро. Теоремы Бетти и Максвелла о взаимности работ. Теоремы Клапейрона и единственности Кирхгофа. Вариационные принципы теории упругости: общий - Хеллингера-Рейсснера, частные – Рейсснера, Лагранжа, Кастильяно. Принцип, полуобратный метод и задачи Сен-Венана об изгибе и о кручении призм. Теория изгиба балок на основании гипотезы И. Бернулли. Изгиб балок по теории Тимошенко. Плоская задача теории упругости.

1.4. Теория плоских пластин

Линейная теория плоских пластин, основанная на гипотезах Кирхгофа (вывод уравнений С. Жермен-Лагранжа, вывод формул для граничных величин по Кирхгофу). Нелинейная теория плоских пластин типа Кармана-Тимошенко (вывод уравнений равновесия, граничных величин традиционного и полудеформационного варианта). Нелинейная теория цилиндрических оболочек типа Тимошенко.

2. Гидродинамика

2.1. Основные сведения из кинематики жидкости

Тензор скоростей деформаций и его инварианты. Смысл компонент тензора скоростей деформаций и вихря скорости. Вихревые линии. Вихревые трубки. Циркуляция скорости. Скорость объемного расширения жидкости.

2.2. Законы сохранения масс и количества движения

Интегральная форма закона сохранения масс. Уравнения неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Интегральная запись закона количества движения. Формула Коши. Тензор напряжений. Дифференциальная запись закона количества движения.

2.3. Закон сохранения энергии

Внутренняя энергия. Полная энергия. Интегральная и дифференциальная запись закона сохранения энергии.

2.4. Система уравнений гидродинамики

Система уравнений Эйлера движения идеальной несжимаемой жидкости. Постановка задач об отыскании установившихся течений идеальной нетеплопроводной жидкости. Закон Архимеда.

Общая система уравнений гидромеханики вязкой жидкости Навье-Стокса. Система уравнений гидромеханики однородной несжимаемой вязкой жидкости.

2.5. Интегралы уравнений гидродинамики идеальной жидкости

Уравнения Эйлера в теореме Громеки-Лэмба. Интегралы Бернулли, Лагранжа, Эйлера-Бернулли. Уравнения для потенциала скоростей.

2.6. Точные решения системы уравнений вязкой жидкости

Стационарные течения: - Куэтта и Пуазейля между двумя параллельными плоскостями; - по трубе кругового сечения; - при сдвиге коаксиальных цилиндров.

3. Термовязкоупругость

Уравнения равновесия, совместности деформаций и закон Гука в декартовых и цилиндрических координатах. Температурные напряжения в тонком круглом диске. Напряженно-деформированное состояние в длинном круглом цилиндре.

Уравнения в сферических координатах. Температурные напряжения в сфере.

Уравнения теплопроводности. Начальные и граничные условия. Макрокинетическая модель отверждения.

Закон наследственной упругости. Механические модели вязкоупругого тела. Преобразование Лапласа и его свойства. Преобразование Лапласа основных элементарных функций. Изображение производных. Решение дифференциальных уравнений с использованием преобразования Лапласа. Лемма Бореля. Свертка функций.

Метод интегрального уравнения в задаче объемного отверждения цилиндрического изделия в ходе параллельного протекания реакций полимеризации и кристаллизации. Формирование цилиндрического изделия с точки зрения механики непрерывно наращиваемого твердого тела с учетом давления на подвижной поверхности (фронтальное отверждение). Объемное отверждение сферического изделия при параллельном протекании реакций полимеризации и кристаллизации. Фронтальное отверждение сферического изделия.

4. Вариационные методы механики упругих тел

4.1. Методы решения операторных уравнений

Положительная определенность операторов краевых задач Дирихле и Ньютона для уравнения Пуассона. Первое и второе неравенства Фридрихса.

Положительная определенность оператора краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона. Неравенство Пуанкаре.

Теорема о минимуме энергетического функционала. Энергетическое пространство. Теорема: энергетическое пространство ограничено вкладывается в исходное гильбертово пространство. Обобщенное решение уравнения с положительно определенным оператором. Теорема о необходимом и достаточном условии сепарабельности энергетического пространства. Теорема о расширении по Фридрихсу положительно определенного оператора (до самосопряженного). Метод Ритца.

Методы Галеркина, Бубнова, Г.И. Петрова.

Метод конечных элементов для двухточечной задачи.

Метод наискорейшего спуска.

Метод обобщенной реакции для решения контактных задач со свободной границей и его сходимостью.

Метод прогонки решения нестационарных задач.

4.2. Вариационные методы в проблеме собственных значений

Энергетические теоремы в проблеме собственных значений. Теорема о существовании дискретного спектра. Метод Ритца в проблеме собственных значений.

Теорема о сходимости метода Келлога. Модифицированный метод Келлога построения части собственного спектра.

Локальный метод вычисления собственного числа положительно однородного оператора и условия его сходимости.

Комбинированный алгоритм полного и локального перебора вариантов для решения одномерных спектральных задач.

Метод движения по параметру жесткости одной из упругих сред в проблеме устойчивости на границе названных сред.

Основная литература

1. Михайловский Е.И. Математические модели механики упругих тел: Учебное пособие для вузов. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2004. 324 с.
2. Черняк В.Г., Суетин П.Е. Механика сплошных сред: Учебное пособие. Допущено Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений. М.: Физматлит, 2008. 353 с.
3. Беляева Н.А. Математические модели деформируемых структурированных материалов. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2008. 116 с.
4. Михайловский Е.И. Лекции по вариационным методам механики упругих тел: Учебное пособие для вузов. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2002. 256 с.
5. Михайловский Е.И., Ермоленко А.В., Миронов В.В., Тулубенская Е.В. Уточненные нелинейные уравнения в неклассических задачах механики оболочек: Учебное пособие для вузов. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. 141 с.
6. Тарасов В.Н., Холмогоров Д.В. Некоторые задачи и методы конструктивно-нелинейной механики / Под ред. Е.И. Михайловского. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2001. 189 с.
7. Михайловский Е.И. Элементы конструктивно-нелинейной механики. – Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2011. 227 с.
8. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1988. 712 с.

9. *Беляева Н.А.* Математическое моделирование: Учебное пособие. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского государственного университета, 2014. 116 с.
10. *Беляева Н.А.* Основы гидродинамики в моделях: учебное пособие. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского государственного университета, 2011. 147 с.
11. *Самарский А.А.* Теория разностных схем: учебное пособие. М.: Наука, 1977. 656 с.
12. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т.1, 2. М.: Наука. 1983, 1984. 528 с., 560 с.

Дополнительная литература

1. *Михайловский Е.И.* Прямые, обратные и оптимальные задачи для оболочек с подкрепленным краем. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. 220 с.
2. *Новожилов В.В., Черных К.Ф., Михайловский Е.И.* Линейная теория тонких оболочек. Л.: Политехника, 1991. 656 с.
3. *Кабриц С.А., Михайловский Е.И., Товстик П.Е. и др.* Общая нелинейная теория упругих оболочек. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2002. 388 с.
4. *Михайловский Е.И.* Математические модели механики упругих тел. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2007. 516 с.
5. *Михайловский Е.И., Никитенков В.Л., Холопов А.А.* Итерационные методы решения операторных уравнений: Учебное пособие для вузов. – Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. 322 с.
6. *Беляева Н.А.* Деформирование вязкоупругих структурированных систем: монография. Lap Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, Germany, 2011. 200 с.